



การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก สำหรับการตรวจจัดการแปรผันของข้อมูล

Efficiency Comparison of Weighted Moving Average Control Charts for Detecting the Variation of the Data

ปติตดา นามสวย นันทัชพร มาบุธร* และ ณัฐชา เรือนทองดี

Pathitta Namsuay, Nanthatchaporn Mabuth* and Natcha Rueanthongdee

ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Sciences, King Mongkut's University of Technology North Bangkok

*E-mail: Nanthatchaporn.m@gmail.com

บทคัดย่อ

ในการควบคุมกระบวนการผลิตให้มีประสิทธิภาพนั้นจำเป็นต้องใช้แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพที่สามารถตรวจจัดการเปลี่ยนแปลงได้อย่างรวดเร็ว ดังนั้นหากสามารถทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมเพื่อเลือกใช้แผนภูมิที่เหมาะสมถือเป็นสิ่งสำคัญ จึงได้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริด และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบไฮบริดที่ผสมตัวอย่างซ้ำ สำหรับตรวจจับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล โดยการเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ภายใต้ข้อมูลที่มีการแจกแจง 3 แบบ คือ ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติเป็นการศึกษาเกี่ยวกับข้อมูลผลผลิตข้าวสาลี ข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังเป็นการศึกษาเกี่ยวกับความกว้างของวงแหวนต้นไม้ และข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมมาเป็นการศึกษาเกี่ยวกับค่าไอซอน เมืองซานดิเอโก ในประเทศสหรัฐอเมริกา กำหนดค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม สำหรับแผนภูมิควบคุม HEWMARS และแผนภูมิควบคุม HEWMA ได้แก่ $(\lambda_1, \lambda_2) = (0.1, 0.5)$ และ $(0.3, 0.75)$ และสำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA ได้แก่ $\lambda = 0.1, 0.3$ เกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพจะพิจารณาจากค่าจุดตกนอกเขตควบคุม (Out of Control) เมื่อตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม

ผลการวิจัยพบว่า แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบไฮบริดที่ผสมตัวอย่างซ้ำ มีประสิทธิภาพในการตรวจจับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูลของข้อมูลทั้ง 3 การแจกแจงได้ดีที่สุด

คำสำคัญ : แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริด แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบไฮบริดที่ผสมตัวอย่างซ้ำ

Abstract

To control the production process efficiently, efficient control charts are required to detect changes quickly. If the control charts can be compared to select charts, it is important to compare the performance of the weighted average control charts using exponents. Hybrid exponential moving average control And a randomized hybrid weighted average control chart for detecting the coefficient of variation of data by comparing the three control charts under three distributed data: normal distributed data of wheat yield, exponential distributed data of tree ring width and Gamma-distributed data of the ozone level in San Diego City, the United States by Configuring control chart parameters. For HEWMARS control charts and HEWMA

control charts are (0.1, 0.5) and (0.3, 0.75), and for EWMA control charts are 0.1, 0.3, the criteria used to evaluate performance are based on Out-of-Control point value when there are over-control data.

Keywords : Exponential Weighted Moving Average Control Chart, Hybrid Exponential Weighted Moving Average Control Chart, A New Hybrid Exponentially Weighted Moving Average Control Chart with Repetitive Sampling

บทนำ

แผนภูมิควบคุม (Control chart) เรียกอีกชื่อหนึ่งว่า Shewhart control chart เป็นเครื่องมือควบคุมกระบวนการทางสถิติที่ใช้อย่างแพร่หลายในการตรวจจัดการเปลี่ยนแปลงลักษณะคุณภาพของกระบวนการ ซึ่งแผนภูมิควบคุมแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ แผนภูมิควบคุมเชิงตัวแปร (Control chart for variable) และแผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ (Control chart for attribute) โดยแผนภูมิควบคุมเชิงตัวแปร เป็นแผนภูมิที่ใช้สำหรับควบคุมกระบวนการผลิตที่สามารวัดค่าของผลิตภัณฑ์ได้ในลักษณะของข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative data) ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย (X-Bar Control Chart: X-Chart) แผนภูมิควบคุมค่าการกระจายด้วยพิสัย (Range Control Chart: R-Chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average: EWMA) และแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (Cumulative Sum Control Chart: CUSUM Chart) เป็นต้น แผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ เป็นแผนภูมิที่ใช้ควบคุมกระบวนการผลิตที่ใช้ตรวจสอบว่ากระบวนการผลิตนั้นเป็นไปตามข้อตกลงที่กำหนดไว้หรือไม่โดยผลิตภัณฑ์ที่นำมาตรวจสอบนั้นจะมีลักษณะเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative data) ได้แก่ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (p-chart) แผนภูมิควบคุมรอยตำหนิพื้นฐาน (c-chart) และแผนภูมิควบคุมจำนวนผลิตภัณฑ์เสีย (np-chart) เป็นต้น ซึ่งแผนภูมิควบคุมของชีวฮาร์ท จะเหมาะสมกับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติหรือการแจกแจงอื่น ๆ ที่ทราบรูปแบบ แต่ในทางปฏิบัติข้อมูลส่วนใหญ่ที่เก็บมาได้จากกระบวนการผลิตมักจะมีการแจกแจงมิใช่แบบปกติ หรือไม่ทราบการแจกแจง ดังนั้นการเลือกใช้แผนภูมิควบคุมของชีวฮาร์ทจึงอาจจะไม่เหมาะสมและปัญหาสำคัญของแผนภูมิควบคุมของชีวฮาร์ท คือ ขาดความสามารถในการตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตที่มีขนาดเล็ก (นันทพงศ์และคณะ, 2563)

ต่อมาปี ค.ศ.1959 Roberts ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average: EWMA) โดยค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA จะนำเอาข้อมูลตลอดช่วงระยะเวลาของการเก็บรวบรวมมาใช้เพื่อประกอบการตัดสินใจโดยจะถ่วงน้ำหนักหรือให้ความสำคัญกับข้อมูลล่าสุดมากที่สุด และให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตน้อยลงแบบเลขชี้กำลังซึ่งพบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการเพียงเล็กน้อยได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ทและเป็นแผนภูมิควบคุมที่นิยมใช้กันในปัจจุบัน (เนตรทราย, 2561)

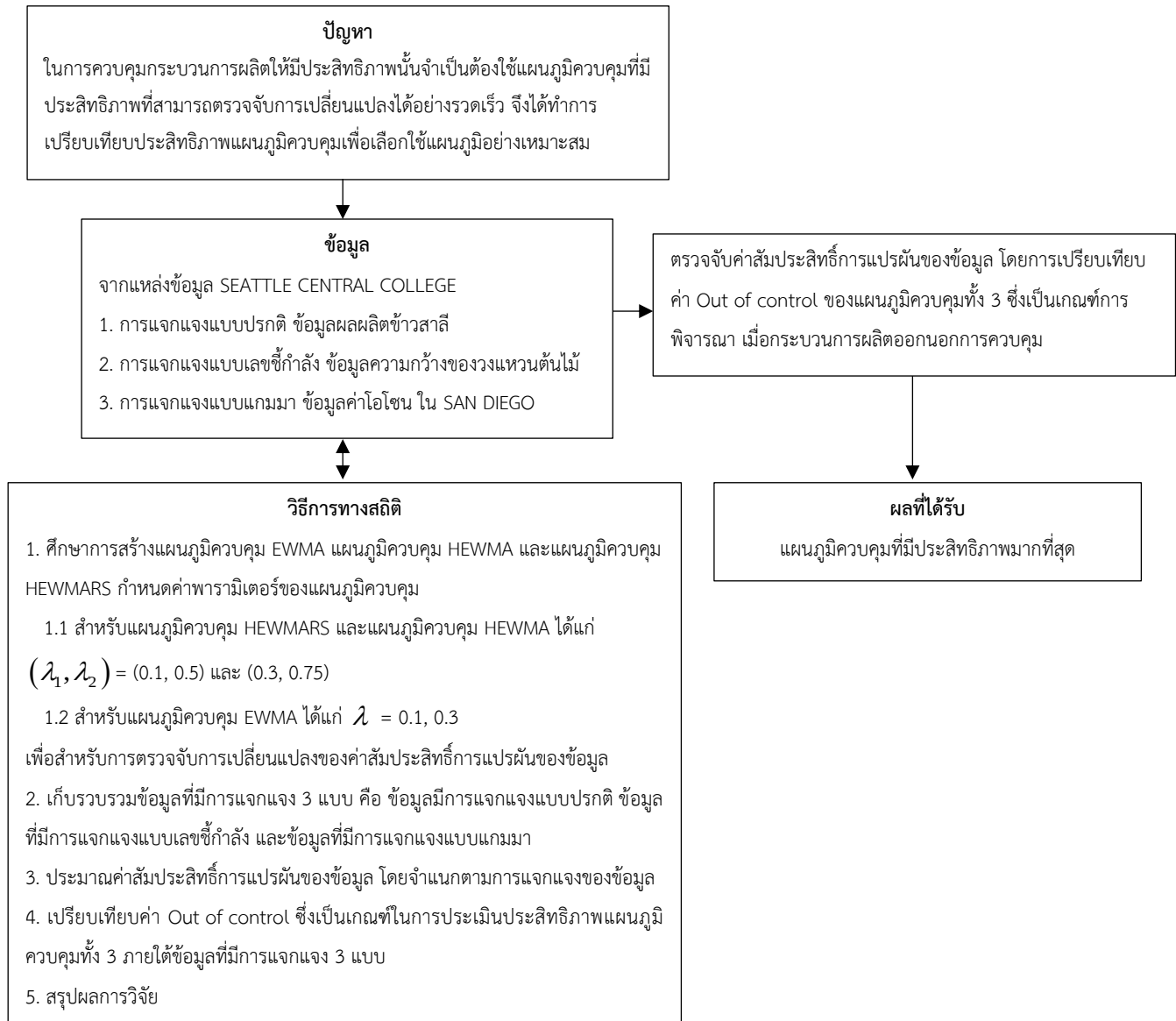
หลังจากนั้นในปี ค.ศ.2013 Haq ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริด (Hybrid Exponentially Weighted Moving Average: HEWMA) ซึ่งแผนภูมิควบคุม HEWMA มีแนวโน้มให้ประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุมผลสะสมรวม CUSUM และต่อมาในปี ค.ศ.2017 Haq ได้ปรับปรุงแผนภูมิควบคุม HEWMA จากเดิมที่ได้เสนอในปี ค.ศ. 2013 โดยพิจารณาขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมและได้คิดแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบไฮบริดที่ผสมตัวอย่างซ้ำ (A New Hybrid Exponentially Weighted Moving Average Control Chart with Repetitive Sampling: HEWMARS) ขึ้นมา (เนตรทราย, 2561)

ด้วยเหตุดังกล่าวในงานวิจัยนี้ คณะผู้วิจัยจึงได้สนใจทำการศึกษาการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริด



(HEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบไฮบริดที่ผสมตัวอย่างซ้ำ (HEWMARS) สำหรับตรวจจับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูลของข้อมูล กรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และการแจกแจงแบบแกมมา

กรอบแนวคิดของการวิจัย



วิธีการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม HEWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMARS สำหรับตรวจจับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution) และการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพจะพิจารณาจากค่า จุดตกนอกเขตควบคุม (Out of Control) การที่แผนภูมิควบคุมตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลจะพิจารณาจากการที่ชุดข้อมูลที่น่ามาตรวจสอบพบจุดที่ตกนอกเหนือขีดจำกัดควบคุมบนหรือขีดจำกัดควบคุมล่าง หรือเรียกว่าข้อมูลออกนอกการควบคุม ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้เกณฑ์การพิจารณาว่าแผนภูมิควบคุมใดมีประสิทธิภาพจากแผนภูมิควบคุมที่ตรวจพบจุดที่ตกออกนอกขีดจำกัดควบคุมเร็วที่สุดหรือตรวจพบ



การเกิด out of control ไวที่สุด แสดงว่า แผนภูมิควบคุมนั้นมีประสิทธิภาพดีกว่า เนื่องจากสามารถตรวจจับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูลได้เร็วกว่า ซึ่งขั้นตอนการดำเนินการวิจัยมีรายละเอียด ดังนี้

1. การเตรียมข้อมูล

1.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในขั้นตอนนี้ทางคณะผู้วิจัยได้นำข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Data) จากแหล่งข้อมูล SEATTLE CENTRAL COLLEGE ซึ่งมีการจำแนกการแจกแจงของชุดข้อมูล โดยได้นำข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และการแจกแจงแบบแกมมา ซึ่งทำการค้นคว้าข้อมูลตั้งแต่วันที่ 24 มีนาคม 2565 ถึงวันที่ 31 มีนาคม 2565

1.2 กำหนดขอบเขตการวิจัย ดังนี้

1.2.1 ข้อมูลและการแจกแจงที่ใช้ในการศึกษา

ข้อมูลการแจกแจง (Distribution)	ข้อมูลค่าสังเกต	ขนาดกลุ่มตัวอย่างย่อย (subgroup)	ขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่ม ย่อย (n)
การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)	500	50	10
การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution)	423	47	9
การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution)	70	14	5

1.2.2 กำหนดค่าความกว้างของขีดจำกัดควบคุม (L) ของแผนภูมิควบคุม อ้างอิงจากงานวิจัยของนันทิพงศ์ และคณะ (2563) ที่ได้มีการพัฒนาแผนภูมิควบคุม

(1) แผนภูมิควบคุม HEWMARS เท่ากับ 3.232 และ 2

(2) แผนภูมิควบคุม EWMA กับแผนภูมิควบคุม HEWMA คือ 3.232

1.2.3 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม (อ้างอิงจากงานวิจัยที่ได้มีการพัฒนาแผนภูมิควบคุม)

(1) แผนภูมิควบคุม EWMA ได้แก่ $\lambda = 0.1, 0.3$

(2) แผนภูมิควบคุม HEWMARS กับแผนภูมิควบคุม HEWMA ได้แก่ $(\lambda_1, \lambda_2) = (0.1, 0.5)$ และ $(0.3, 0.75)$

2. ขั้นตอนการสร้างแผนภูมิควบคุม

ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล สามารถคำนวณได้จากข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากขนาดกลุ่มย่อย (subgroup) สามารถคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (Petcharat, Phanyaem and Areepong, 2022) ได้ดังนี้

$$C.V. = \frac{s}{\bar{x}}$$

โดยที่	C.V.	แทน ค่าประมาณของค่าสัมประสิทธิ์การผันแปร (C.V.)
	$\bar{x}$	แทน ค่าเฉลี่ยของขนาดกลุ่มย่อย
	s	แทน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของขนาดกลุ่มย่อย

2.1 แผนภูมิควบคุม EWMA

2.1.1 นำข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และการแจกแจงแบบแกมมา มา กำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างย่อย ขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มย่อย และหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (C.V.)



2.1.2 นำค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (C.V.) มาประมาณค่าเพื่อหาค่าสถิติ EWMA และค่าขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูล ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ

ค่าสถิติ EWMA คำนวณได้ดังนี้

$$EWMA_t = (1 - \lambda)EWMA_{t-1} + \lambda X_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

โดยที่ $EWMA_t$ แทน ค่าสถิติ EWMA ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ
 λ แทน ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม EWMA โดยที่ $\lambda = 0.1, 0.3$
 X_t แทน ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (C.V.) ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ
 $EWMA_{t-1}$ แทน ค่าเริ่มต้นของค่าสถิติ EWMA โดยที่ $EWMA_{t-1} = \mu_0$

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA คำนวณได้ดังนี้

ขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit: UCL) คือ

$$UCL_{EWMA} = \mu_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda}}$$

ขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit: LCL) คือ

$$LCL_{EWMA} = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{2\lambda}}$$

โดยที่ μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยของค่าสัมประสิทธิ์การผันแปร (C.V.)
 σ แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสัมประสิทธิ์การผันแปรของข้อมูล (C.V.)
 L แทน ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA โดยที่ $L = 3.232$
 λ แทน ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม EWMA โดยที่ $\lambda = 0.1, 0.3$

2.1.3 นำค่าสถิติ EWMA ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ มาพล็อตลงในแผนภูมิควบคุม เพื่อพิจารณาว่า ณ คาบเวลาใดที่ค่าสถิติตกออกนอกขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม

2.2 แผนภูมิควบคุม HEWMA

2.2.1 นำข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และการแจกแจงแบบแกมมา มากำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างย่อย ขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มย่อย และหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (C.V.)

2.2.2 นำค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (C.V.) มาประมาณค่าเพื่อหาค่าสถิติ HEWMA และค่าขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMA ของข้อมูล ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ

ค่าสถิติ HEWMA คำนวณได้ดังนี้

$$HE_t = (1 - \lambda_1)HE_{t-1} + \lambda_1 E_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

โดยที่ HE_t แทน ค่าสถิติ HEWMA ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ
 λ_1 แทน ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม HEWMA โดยที่ $\lambda_1 = 0.1, 0.3$
 HE_{t-1} แทน ค่าเริ่มต้นของค่าสถิติ HEWMA โดยที่ $HE_{t-1} = HE_0$
 E_t แทน ค่าสถิติ EWMA ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ โดยที่ E_t คำนวณได้จาก

$$E_t = (1 - \lambda_2)E_{t-1} + \lambda_2 X_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

โดยที่ E_t แทน ค่าสถิติ EWMA ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ
 λ_2 แทน ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม EWMA โดยที่ $\lambda_2 = 0.5, 0.75$
 E_{t-1} แทน ค่าเริ่มต้นของค่าสถิติ EWMA โดยที่ $E_{t-1} = E_0$
 X_t แทน ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (C.V.) ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMA คำนวณได้ดังนี้

ขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit: UCL) คือ

$$UCL_{HEWMA} = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2}{(2 - \lambda_2)(2 - \lambda_1)}}$$

ขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit: LCL) คือ

$$LCL_{HEWMA} = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2}{(2 - \lambda_2)(2 - \lambda_1)}}$$

โดยที่ μ_0, σ คำนวณได้จาก

$$E(HE_t) = \mu_0$$

$$V(HE_t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \sigma^2}{(2 - \lambda_2)(2 - \lambda_1)}$$

L แทน ความกว้างขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMA โดยที่ $L = 3.232$

λ_1, λ_2 แทน ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม HEWMA

โดยที่ $(\lambda_1, \lambda_2) = (0.1, 0.5)$ และ $(0.3, 0.75)$

2.2.3 นำค่าสถิติ HEWMA ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ มาพล็อตลงในแผนภูมิควบคุม เพื่อพิจารณาว่า ณ คาบเวลาใดที่ค่าสถิติตกออกนอกขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม

2.3 แผนภูมิควบคุม HEWMARS

2.3.1 นำข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และการแจกแจงแบบแกมมา มากำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างย่อย ขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่มย่อย และหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (C.V.)

2.3.2 นำค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (C.V.) มาประมาณค่าเพื่อหาค่าสถิติ HEWMARS และค่าขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMARS ของข้อมูล ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ

ค่าสถิติ HEWMARS สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$HE_t = (1 - \lambda_1)HE_{t-1} + \lambda_1 E_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

โดยที่ HE_t แทน ค่าสถิติ HEWMARS ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ

λ_1 แทน ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม HEWMARS

โดยที่ $\lambda_1 = 0.1, 0.3$

HE_{t-1} แทน ค่าเริ่มต้นของค่าสถิติ HEWMARS โดยที่ $HE_{t-1} = HE_0$

E_t แทน ค่าสถิติ EWMA ณ คาบเวลาที่ t โดยที่ E_t คำนวณได้จาก

$$E_t = (1 - \lambda_2)E_{t-1} + \lambda_2 X_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots$$

โดยที่ E_t แทน ค่าสถิติ EWMA ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ

λ_2 แทน ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม EWMA โดยที่ $\lambda_2 = 0.5, 0.75$

E_{t-1} แทน ค่าเริ่มต้นของค่าสถิติ EWMA โดยที่ $E_{t-1} = E_0$

X_t แทน ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูล (C.V.) ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ

สำหรับขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMARS



ขีดจำกัดควบคุมภายนอกและภายใน (the outer and inner control limits)

ขีดจำกัดการควบคุมภายนอกของแผนภูมิควบคุม HEWMARS

ขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit: UCL1) คือ

$$UCL1_{HEWMARS} = \mu_0 + L_1 \sigma \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2}{(2 - \lambda_2)(2 - \lambda_1)}}$$

ขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit: LCL1) คือ

$$LCL1_{HEWMARS} = \mu_0 - L_1 \sigma \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2}{(2 - \lambda_2)(2 - \lambda_1)}}$$

ขีดจำกัดการควบคุมภายในของแผนภูมิควบคุม HEWMARS

ขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit: UCL2) คือ

$$UCL2_{HEWMARS} = \mu_0 + L_2 \sigma \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2}{(2 - \lambda_2)(2 - \lambda_1)}}$$

ขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit: LCL2) คือ

$$LCL2_{HEWMARS} = \mu_0 - L_2 \sigma \sqrt{\frac{\lambda_1 \lambda_2}{(2 - \lambda_2)(2 - \lambda_1)}}$$

โดยที่ μ_0, σ คำนวณได้จาก

$$E(HE_t) = \mu_0$$

$$V(HE_t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \sigma^2}{(2 - \lambda_2)(2 - \lambda_1)}$$

L แทน ความกว้างขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม

HEWMARS โดยที่ $L_1 = 3.232$ และ $L_2 = 2$

λ_1, λ_2 แทน ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม HEWMARS

โดยที่ $(\lambda_1, \lambda_2) = (0.1, 0.5)$ และ $(0.3, 0.75)$

2.3.3 นำค่าสถิติ HEWMARS ณ คาบเวลาที่ t ใด ๆ มาพล็อตลงในแผนภูมิควบคุม เพื่อพิจารณาว่า ณ คาบเวลาใดที่ค่าสถิติตกออกนอกขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม

3. เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาคือ จุดตกนอกเขตควบคุมหรือข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (Out of Control)

การพิจารณาว่าแผนภูมิควบคุมใดมีประสิทธิภาพจะพิจารณาจากแผนภูมิควบคุมที่ตรวจพบจุดที่ตกออกนอกขีดจำกัดควบคุมเร็วที่สุดหรือตรวจพบการเกิด out of control ไวที่สุด

ผลการวิจัย

สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักสำหรับการตรวจจับการแปรผันของข้อมูล ที่จะกล่าวถึงในแต่ละการแจกแจง จะพิจารณาเป็นขั้นตอนตามที่ได้เสนอไว้แล้ว โดยพิจารณาจากค่าค่าจุดตกนอกเขตควบคุม (Out of Control) การนำเสนอจะพิจารณาในแต่ละการแจกแจงดังนี้

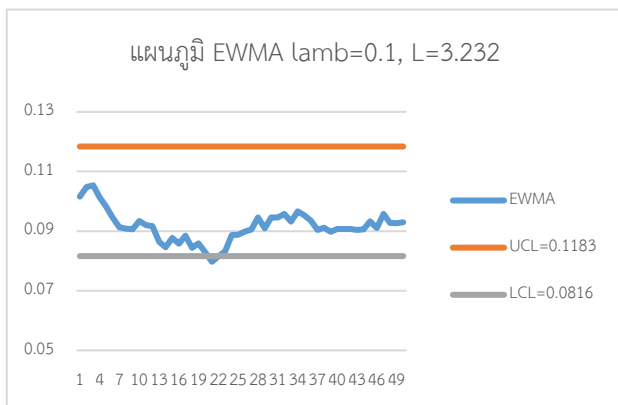


1. กรณีข้อมูลการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)

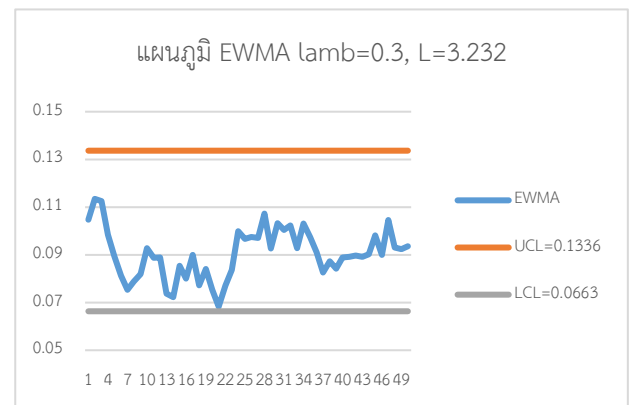
ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม HEWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMARS เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ

คาบเวลาที่ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (Out of Control) (t)									
EWMA $L = 3.232$			HEWMA $L = 3.232$			HEWMARS $L_1 = 3.232, L_2 = 2$			
$\lambda = 0.1$	$\lambda = 0.3$		$\lambda_1 = 0.1$	$\lambda_2 = 0.5$	$\lambda_1 = 0.3$	$\lambda_2 = 0.75$	$\lambda_1 = 0.1$	$\lambda_2 = 0.5$	$\lambda_1 = 0.3$ $\lambda_2 = 0.75$
21	ไม่พบ		ไม่พบ		ไม่พบ		28		10

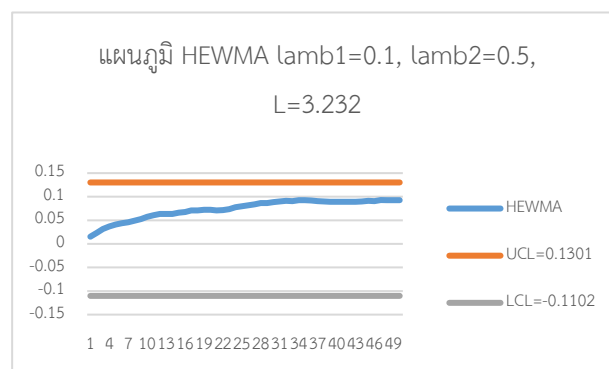
จากตารางที่ 1 พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลา ที่ 21 และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม EWMA จาก $\lambda = 0.1$ เป็น $\lambda = 0.3$ ทำให้แผนภูมิ ควบคุม EWMA ไม่สามารถตรวจจับข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ได้ แผนภูมิควบคุม HEWMA ไม่สามารถ ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) แผนภูมิควบคุม HEWMARS ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 28 และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม HEWMARS จาก $\lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.5$ เป็น $\lambda_1 = 0.3, \lambda_2 = 0.75$ ทำให้แผนภูมิควบคุม HEWMARS มีการตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการ ควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 10 ซึ่งเป็นการตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ได้เร็วยิ่งขึ้น ภายใต้การแจกแจงแบบปกติ



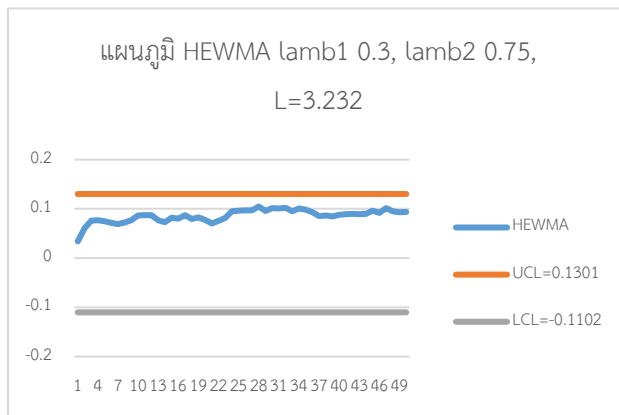
ภาพที่ 1 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิ ควบคุม EWMA เมื่อกำหนด $L = 3.232$ และ $\lambda = 0.1$



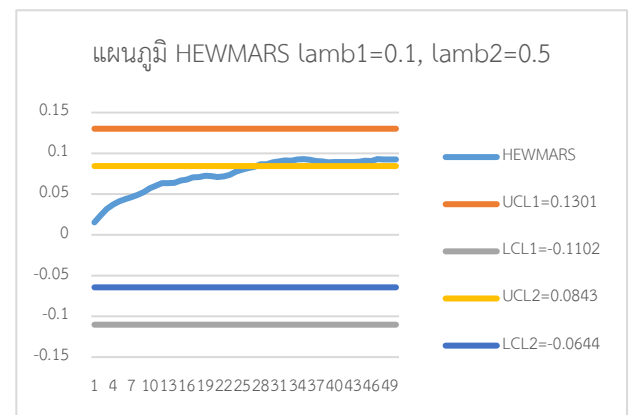
ภาพที่ 2 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิ ควบคุม EWMA เมื่อกำหนด $L = 3.232$ และ $\lambda = 0.3$



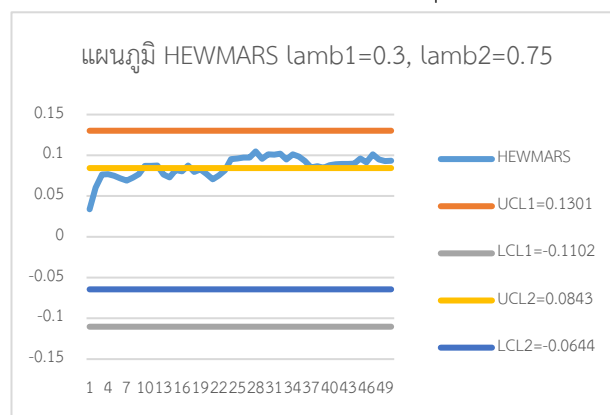
ภาพที่ 3 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMA เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.5$



ภาพที่ 4 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMA เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$



ภาพที่ 5 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMARS เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_2 = 0.5$



ภาพที่ 6 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMARS เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$

2. กรณีข้อมูลการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution)

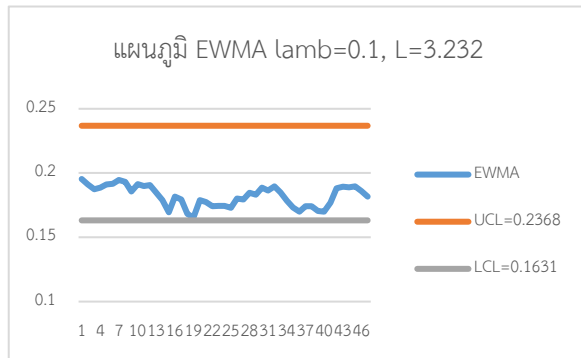
ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม HEWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMARS เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

คาบเวลาที่ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (Out of Control) (t)									
EWMA L = 3.232			HEWMA L = 3.232			HEWMARS L ₁ = 3.232, L ₂ = 2			
$\lambda_2 = 0.1$	$\lambda = 0.3$	$\lambda_1 = 0.1$	$\lambda_2 = 0.5$	$\lambda_1 = 0.3$	$\lambda_2 = 0.75$	$\lambda_1 = 0.1$	$\lambda_2 = 0.5$	$\lambda_1 = 0.3$	$\lambda_2 = 0.75$
ไม่พบ	4	23	6	8	4				

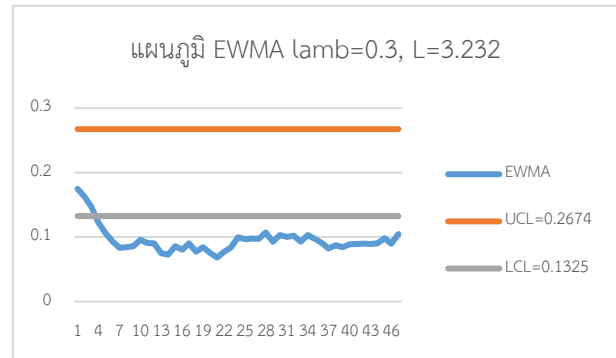
จากตารางที่ 2 พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 4 เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม EWMA จาก $\lambda = 0.1$ เป็น $\lambda = 0.3$ แผนภูมิควบคุม HEWMA ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 23 และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม HEWMA จาก $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_2 = 0.5$ เป็น $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$ ทำให้แผนภูมิควบคุม HEWMA มีการตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 6 แผนภูมิควบคุม HEWMARS ตรวจพบข้อมูล



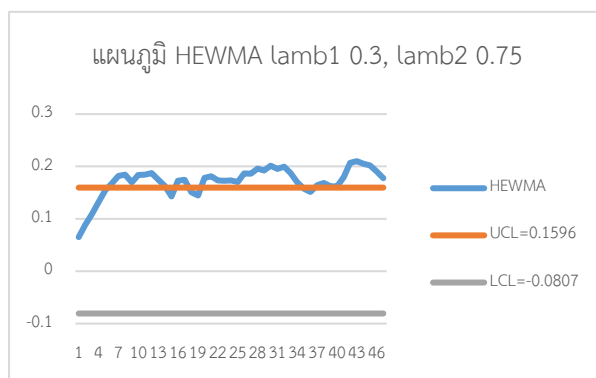
ที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 8 และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม HEWMARS จาก $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_2 = 0.5$ เป็น $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$ ทำให้แผนภูมิควบคุม HEWMARS มีการตรวจพบข้อมูล ที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 4 ซึ่งแผนภูมิควบคุม HEWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMARS มีการตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ได้เร็วยิ่งขึ้นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิ ควบคุม ภายใต้การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง



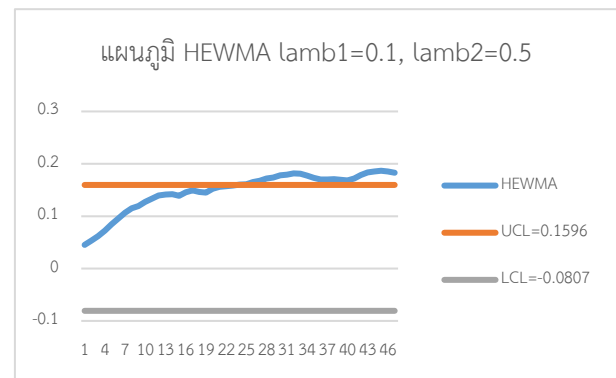
ภาพที่ 7 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิ ควบคุม EWMA เมื่อกำหนด $L = 3.232$ และ $\lambda = 0.1$



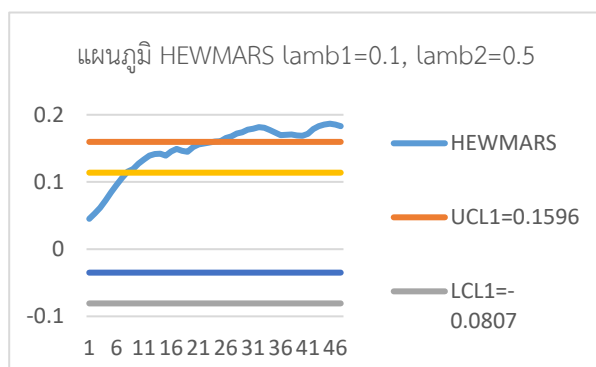
ภาพที่ 8 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิ ควบคุม EWMA เมื่อกำหนด $L = 3.232$ และ $\lambda = 0.3$



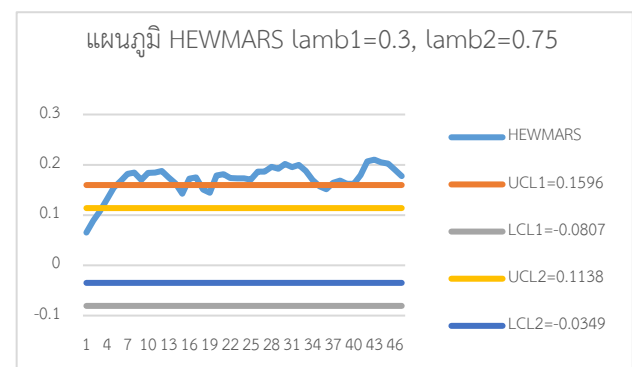
ภาพที่ 9 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิ ควบคุม HEWMA เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_2 = 0.5$



ภาพที่ 10 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิ ควบคุม HEWMA เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$



ภาพที่ 11 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิ ควบคุม HEWMARS เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_2 = 0.5$



ภาพที่ 12 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิ ควบคุม HEWMARS เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$

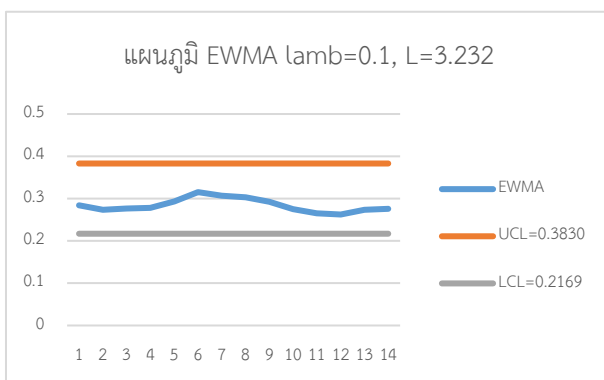


3. กรณีการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution)

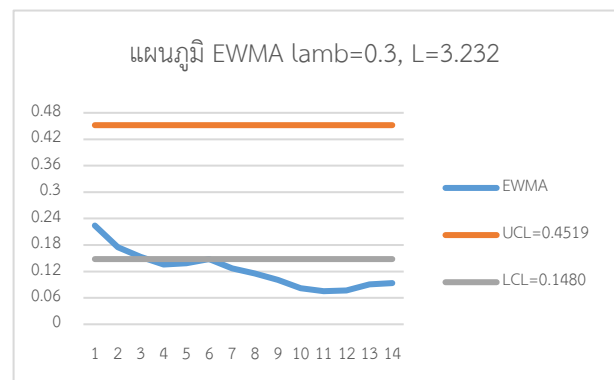
ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม HEWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMARS เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา

คาบเวลาที่ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (Out of Control) (t)									
EWMA $L = 3.232$			HEWMA $L = 3.232$			HEWMARS $L_1 = 3.232, L_2 = 2$			
$\lambda_2 = 0.1$	$\lambda = 0.3$	$\lambda_1 = 0.1$	$\lambda_2 = 0.5$	$\lambda_1 = 0.3$	$\lambda_2 = 0.75$	$\lambda_1 = 0.1$	$\lambda_2 = 0.5$	$\lambda_1 = 0.3$	$\lambda_2 = 0.75$
ไม่พบ	4	13	5	6	3				

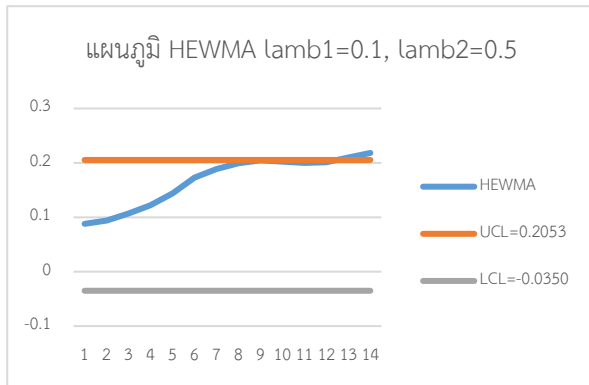
จากตารางที่ 3 พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลา 4 เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม EWMA จาก $\lambda = 0.1$ เป็น $\lambda = 0.3$ แผนภูมิควบคุม HEWMA ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 13 และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม HEWMA จาก $\lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.5$ เป็น $\lambda_1 = 0.3, \lambda_2 = 0.75$ ทำให้แผนภูมิควบคุม HEWMA มีการตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 5 แผนภูมิควบคุม HEWMARS ตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 6 และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม HEWMARS จาก $\lambda_1 = 0.1, \lambda_2 = 0.5$ เป็น $\lambda_1 = 0.3, \lambda_2 = 0.75$ ทำให้แผนภูมิควบคุม HEWMARS มีการตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ณ คาบเวลาที่ 3 ซึ่งแผนภูมิควบคุม HEWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMARS มีการตรวจพบข้อมูลที่ออกนอกการควบคุม (out of control) ได้เร็วขึ้นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม ภายใต้การแจกแจงแบบแกมมา



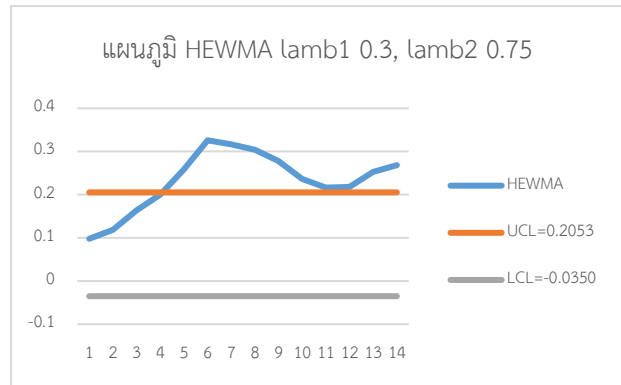
ภาพที่ 13 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนด $L = 3.232$ และ $\lambda = 0.1$



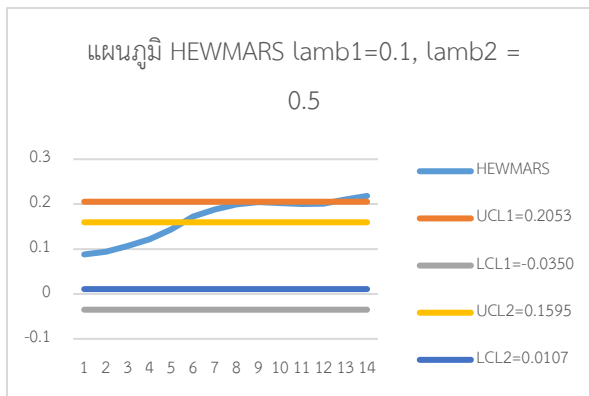
ภาพที่ 14 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนด $L = 3.232$ และ $\lambda = 0.3$



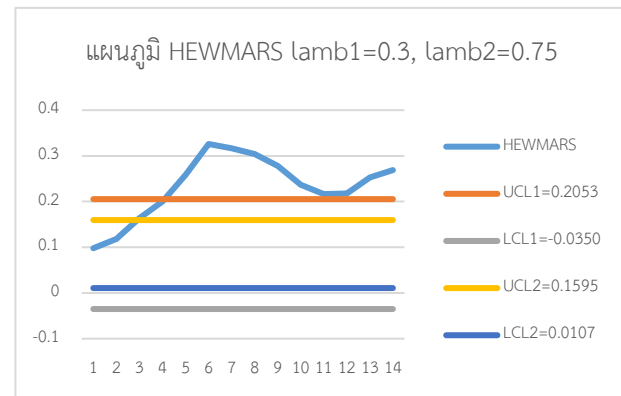
ภาพที่ 15 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMA เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_2 = 0.5$



ภาพที่ 16 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMA เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$



ภาพที่ 17 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMARS เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.1$, $\lambda_2 = 0.5$



ภาพที่ 18 การตรวจจับค่าจุดตกนอกเขตควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMARS เมื่อกำหนด $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$

สรุปและอภิปรายผลการทดลอง

จากผลการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักสำหรับการตรวจจับการแปรผันของข้อมูล สรุปได้ว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) พบว่าแผนภูมิควบคุม HEWMARS มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลดีที่สุด เมื่อแผนภูมิควบคุม HEWMARS มีค่าพารามิเตอร์ $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution) พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม HEWMARS มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลดีที่สุด เมื่อแผนภูมิควบคุม EWMA มีค่าพารามิเตอร์ $\lambda = 0.3$ และแผนภูมิควบคุม HEWMARS มีค่าพารามิเตอร์ $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$ และการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) พบว่าแผนภูมิควบคุม HEWMARS มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลดีที่สุด เมื่อแผนภูมิควบคุม HEWMARS มีค่าพารามิเตอร์ $\lambda_1 = 0.3$, $\lambda_2 = 0.75$

จากทั้ง 3 การแจกแจงทำให้ทราบว่าแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของข้อมูลที่ดีที่สุด คือ แผนภูมิควบคุม HEWMARS วิธีการดังกล่าวสอดคล้องกับงานวิจัยของ Haq

ข้อเสนอแนะ

1. ศึกษากรณีศึกษากรณีข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบอื่น ๆ นอกเหนือจากที่ทำการศึกษา
2. เลือกใช้แผนภูมิควบคุมอื่น ๆ ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ
3. เลือกใช้เกณฑ์การตัดสินใจอื่น ๆ ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ
4. กำหนดค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม ให้มีค่าที่หลากหลายกว่าที่ได้ทำการวิจัย



กิตติกรรมประกาศ

โครงการพิเศษนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความอนุเคราะห์และความช่วยเหลือจาก ผศ.ดร.สุวิมล พันธุ์แย้ม อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการพิเศษและผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญกอง ทะกลโยธิน ที่กรุณาช่วยเหลือให้คำปรึกษาและแนะนำตลอดจนการตรวจทานและแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดีมาโดยตลอด จนกระทั่งโครงการพิเศษฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณคณาจารย์ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่คณะผู้วิจัยให้ได้มีความรู้ ประสบการณ์ทางด้านสถิติ อันเป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัยจนสำเร็จการศึกษา

ขอขอบคุณเพื่อนสมาชิกผู้ร่วมกันจัดทำโครงการพิเศษฉบับนี้ด้วยความพยายามและตั้งใจด้วยดีมาโดยตลอด

สุดท้ายนี้คณะผู้วิจัยขอกราบขอขอบพระคุณบิดามารดาและบุคคลในครอบครัวที่ให้การสนับสนุนและส่งเสริม รวมทั้งขอเป็นกำลังใจที่สำคัญให้ตลอดจนจบการศึกษา

เอกสารอ้างอิง

นันทิพงศ์ ศิริแสง, นันทิชา บวบชม และรุ่งกานต์ วัฒนพันธ์. (2563). *แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริดสำหรับตรวจจับการแปรผันของข้อมูล (รายงานผลการวิจัย)*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

เนตรทราย บัวพิมพ์. (2561). *การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก สำหรับการแจกแจงปกติ* [วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์]. KU.

<https://ethesis.lib.ku.ac.th/dspace/handle/123456789/174?mode=full>

Petcharat, K., Phanyaem, S. and Areepong, Y. (2022). *A New Hybrid Exponentially Weighted Moving Average Control Chart with Repetitive Sampling for Monitoring the Coefficient of Variation*. Bangkok: King Mongkut's University of Technology North Bangkok.